

D092-Математика және статистика

Список рекомендуемой литературы:

1. Зорич В.А. *Математический анализ. Часть 1, 2.* — М.: МЦНМО, 2012.
2. Фихтенгольц Г.М. *Курс дифференциального и интегрального исчисления. Том 1–3.* — СПб.: Лань, 2001.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Элементы теории функций и функционального анализа.* — М.: Физматлит, 2004.
4. Рудин У. *Основы математического анализа.* — М.: Мир, 1976.
5. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. *Математический анализ.* — М.: Проспект, 2004.
6. Шабат Б.В. *Введение в комплексный анализ.* — М.: Наука, 1976.
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. *Уравнения математической физики.* — М.: Наука, 2004.
8. Арнольд В.И. *Обыкновенные дифференциальные уравнения.* — М.: Наука, 1984.
9. Кострикин А.И. *Введение в алгебру. Часть 1–3.* — М.: Физматлит, 2001.
10. Ван дер Варден Б.Л. *Алгебра.* — М.: Наука, 1976.

Примерные темы эссе:

1. Алгебраические структуры в теории чисел: группы, кольца и поля
2. Теоремы Геделя и их влияние на философию математики
3. Математические модели эпидемий: от SIR до современных стохастических подходов.
4. Гиперболические и параболические уравнения в математической физике.
5. Фракталы и хаос в математических моделях природы

Примерные экзаменационные вопросы:

1 блок

1. Как применяется метод замены переменной при интегрировании иррациональных функций?
2. Сформулируйте теорему о среднем для определенного интеграла и приведите пример её применения.
3. Какие свойства компактных операторов используются в функциональном анализе?
4. Чем отличаются открытые и замкнутые множества в топологическом пространстве?
5. Как выглядит стандартный канонический вид дифференциальной формы в трёхмерном пространстве?
6. Какие операции можно выполнять над дифференциальными формами?
7. Как определяется интеграл от дифференциальной формы и каковы его основные свойства?
8. Что такое мера Лебега и какие множества называются измеримыми?
9. Приведите пример множества меры нуль по Лебегу.
10. Какие условия необходимы и достаточны для интегрируемости функции по Лебегу?
11. Как свести двойной интеграл к повторному?
12. Докажите непрерывность функции e^x на всей числовой прямой.
13. Как перейти от декартовых координат к сферическим в трёхмерном пространстве?
14. Какие свойства степенных рядов позволяют почленно их интегрировать и дифференцировать?
15. Как разложить функцию в ряд Маклорена?
16. Какие физические задачи можно решить с помощью определённого интеграла?

17. Какие условия должны выполняться для почленного дифференцирования функционального ряда?
18. Сформулируйте теорему Абеля о сходимости степенных рядов.
19. Как дифференцировать несобственный интеграл, зависящий от параметра?
20. Какие условия гарантируют сходимость тригонометрического ряда Фурье в точке?

2 блок

1. Как разложить функцию $\frac{1}{z(z-1)}$ в ряд Лорана в кольце $0 < |z| < 1$?
2. Какие типы изолированных особых точек бывают у функций комплексного переменного?
3. Как применяется общая теорема о вычетах для вычисления интегралов?
4. Сформулируйте интегральную теорему Коши и приведите пример её использования.
5. Какие условия гарантируют единственность решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка?
6. Как решается уравнение Бернулли методом замены переменной?
7. В чём заключается метод разделения переменных для уравнения гиперболического типа?
8. Какие краевые задачи ставятся для уравнения Лапласа?
9. Как решается уравнение Клеро с помощью введения параметра?
10. Какие физические задачи описываются уравнениями гиперболического типа?
11. Как понизить порядок дифференциального уравнения $y'' = f(x, y')$?
12. Приведите пример задачи, приводящей к уравнению параболического типа.
13. Как решить линейное уравнение с постоянными коэффициентами методом характеристического уравнения?
14. Какие начальные и граничные условия ставятся для уравнения теплопроводности?
15. В чём заключается метод вариации произвольной постоянной для решения линейных уравнений?
16. Как формулируется теорема Штурма для дифференциальных уравнений второго порядка?
17. Как преобразовать уравнение n -го порядка в систему уравнений первого порядка?
18. Какие методы используются для решения систем линейных дифференциальных уравнений?
19. Как применяется преобразование Лапласа для решения дифференциальных уравнений?
20. Какие функции комплексного переменного удовлетворяют условиям Коши-Римана?

3 блок

1. Как найти базис конечномерного векторного пространства?
2. Как изменяются координаты вектора при переходе к новому базису?
3. Какие условия необходимы для изоморфизма линейных пространств?
4. Как связаны размерности суммы и пересечения линейных подпространств?
5. Что такое фактор-множество и как оно строится?
6. Чем отличаются наибольший и максимальный элементы в частично упорядоченном множестве?
7. Как проверить, является ли функция биекцией?
8. Какие множества являются счётными, а какие — несчётными?
9. Что такое идеал кольца и как он связан с кольцом главных идеалов?
10. Какие группы называются циклическими? Приведите примеры.

11. Как определяется степень многочлена от одной переменной?
12. В чём заключается теорема о делении с остатком для многочленов?
13. Как доказать, что коммутант группы является её нормальным делителем?
14. Как задать линейное отображение с помощью матрицы?
15. Какие условия необходимы для обратимости линейного оператора?
16. Сформулируйте теорему Кэли о вложении группы в симметрическую группу.
17. Как вычисляется индекс подгруппы в группе?
18. Какие свойства имеют гомоморфизмы групп?
19. Что такое симметрическая группа степени n ?
20. Как строится фактор-группа по нормальной подгруппе?